



TITLE:

列車の走行によって引き起こされるトンネル内の音場II(流体の非線形波動現象の数理とその応用)

AUTHOR(S):

杉本, 信正

CITATION:

杉本, 信正. 列車の走行によって引き起こされるトンネル内の音場II(流体の非線形波動現象の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 1995, 908: 111-122

ISSUE DATE:

1995-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/59497>

RIGHT:

列車の走行によって引き起こされるトンネル内の音場 II

大阪大 基礎工 杉 本 信 正 (Nobumasa SUGIMOTO)

1. まえがき

リニア新幹線に代表される将来の超高速列車実現のためには、空力音響問題を避けて通ることができないことは最近広く認識されてきた。特に、トンネル内を走行することにより発生する音響衝撃波は、出口から放射されると大きな環境問題を引き起こす恐れがある。この衝撃波の発生と伝播を調べるために、本報告は昨年度の発表の継続として、列車がトンネルに突入する際引き起こされる音場について解析する。

十分長いトンネル内の音場を考える際、トンネル径とトンネル長さが極端に違うため、音場を次の三つの領域に分けて考えるのが適切である。一つは列車周りに圧力攪乱が実際生成される領域で、音場というよりは流れ場である。この領域の外側には、圧力攪乱が音波として放射される近傍場が考えられる。圧力攪乱の大きさは大気圧に比べて、0.01 から高々0.1 程度であると予想されるので、この領域での圧力波の伝播は最低次近似では線形音響理論で記述される。しかし遠方に伝播するにつれ、いくら非線形性が弱くてもその効果が蓄積し、トンネルが十分長ければ最終的には衝撃波が発生する。この領域を遠方場と呼び、いわゆる非線形音響理論が成立する領域である。遠方場は、近傍場を内部領域とする外部領域であると考え、両者を接合することによって求める。そこで本報告ではまず、近傍音場を線形理論を用いて求める。

2. 問題のモデル化

音場を求めるに際し、列車の走行をどのようにモデル化するかについて簡単にまとめておく。詳しくは昨年度の報告(杉本 1994)または同内容の論文(Sugimoto 1994)を参照されたい。列車が速度 U で運動すると、先頭部では $\rho_0 S U$ の質量わきだが、後尾では同じ大きさの吸い込みが発生する。ここで、 ρ_0 は平衡状態での空気の密度、 S は列車断面積である。そこ

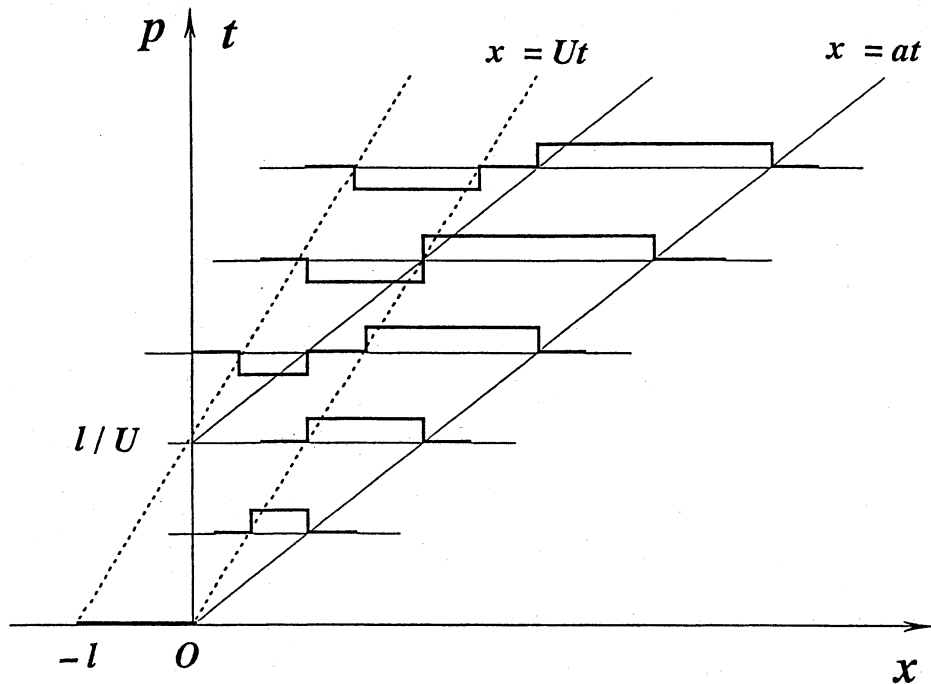


図1：平面波近似して求めたトンネル内の圧力波の伝播

で、一対のわきだし、吸いこみを、列車の長さ l に相当する距離隔て置くことによって列車をモデル化する。この近似は列車とトンネル断面積の比 $\chi (= S/A)$ (ただし、 A はトンネル断面積) が十分小さい場合に成立する。

こうモデル化した音源は、波動方程式の非同次項を通して取り入れる：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - a^2 \Delta p = a^2 \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (2.1)$$

ここで a を音速として、 p , q はそれぞれ大気圧 p_0 からの超過圧力、音源項を表し、 t は時刻、 Δ は空間3次元のラプラシアンである。簡単のため、音源は円形断面のトンネルの軸上を運動するものとし、 q を次のように仮定する：

$$q = \frac{m}{2\pi r} \delta(r) [\delta(x - Ut) - \delta(x - Ut + l)]. \quad (2.2)$$

ここで m は $\rho_0 S U$, r , x は、それぞれトンネルの半径方向座標、軸方向座標、 $\delta(r)$ は1次元のデルタ関数であり、 $\delta(r)/2\pi r$ で2次元のデルタ関数を表す。

トンネル長さがその代表径に比べて十分長いので、遠方では平面波になることが予想される。そこでラプラシアンを $\partial^2/\partial x^2$ とおき、 q を断面にわ

たって平均する．すなわち， $\rho_0 S U$ を A で割った強さ $m (= \rho_0 \chi U)$ をもつ平面音源 $q = m[\delta(x - Ut) - \delta(x - Ut + l)]$ を仮定して (2.1) の解を求める．この圧力分布は図 1 のようになる．時刻 $t = 0$ でトンネル ($x > 0$) に突入する．点線は列車の先頭，後尾の軌跡である．突入と同時に矩形の圧力波が前方に放射され，その大きさ Δp は

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\gamma \chi M^2}{1 - M^2} \quad (2.3)$$

で与えられる．ただし， γ は比熱比， M は列車のマッハ数 U/a である．なお，矩形波の不連続は衝撃波ではなく，線形のマッハ波であることに注意する．列車後尾が突入すると，列車周りに負圧領域が発生することが分かる．その大きさは符号を除いて (2.3) に等しい．

3. 境界値問題

さて，半無限に長い円形断面のトンネル内の軸対称音場を考える．このとき (2.1) は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + a^2 \frac{\partial q}{\partial t}, \quad (3.1)$$

($0 \leq r < R$, $0 < x < \infty$, $-\infty < t < \infty$) となる．ここで， q として (2.2) をとる．この方程式に対して，トンネル壁面および入り口での境界条件は，それぞれ

$$r = R, 0 < x < \infty \text{ で } \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (3.2)$$

$$x = 0, 0 \leq r < R \text{ で } p = 0 \quad (3.3)$$

となる．この問題では， $x < 0$ の領域への放射は考えていないので，条件 (3.3) は $x = 0$ に $p = 0$ を満たす ‘仮想的な壁’ があることを意味する．これら境界条件に加え， $x \rightarrow \infty$ の遠方では，放射条件を課す．

わきだし，吸い込みそれぞれによる解を p_+ , p_- とすると，解 p はそれらの重ね合わせとして与えられる．トンネル入り口での境界条件を考慮すると， p_- は p_+ の符号を反転し，時刻 t を $t - l/U$ で置きなおすことによって次のように得られる：

$$p = p_+ + p_- = p_+(r, x, t) - p_+(r, x, t - l/U). \quad (3.4)$$

したがって、以下においては次式で支配される p_+ のみ考える：

$$\frac{\partial^2 p_+}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 p_+}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_+}{\partial r} + \frac{\partial^2 p_+}{\partial x^2} \right) + a^2 m \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2\pi r} \delta(r) \delta(x - Ut) \right] . \quad (3.5)$$

さて、デルタ関数を次のようにフーリエーベッセル展開する：

$$\frac{1}{2\pi r} \delta(r) = \frac{1}{\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(\zeta_n)} J_0 \left(\zeta_n \frac{r}{R} \right) . \quad (3.6)$$

ここで J_0 はゼロ次のベッセル関数を表し、 ζ_n ($n = 0, 1, 2, \dots$; $\zeta_0 = 0 < \zeta_1 < \zeta_2 < \dots$) は1次のベッセル関数 $J_1(\zeta_n) = 0$ の非負の実根である．この展開形をみて、 p_+ を同じく次のフーリエーベッセル展開形で求める：

$$p_+ = \frac{ma}{\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(\zeta_n)} g_n(x, t) J_0 \left(\zeta_n \frac{r}{R} \right) . \quad (3.7)$$

ここで g_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) は x と t の未知関数である．

式 (3.6), (3.7) を (3.5) に代入すると、 g_n は次式で支配される：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a^2 \frac{\zeta_n^2}{R^2} \right) g_n = a \frac{\partial}{\partial t} \delta(x - Ut) . \quad (3.8)$$

ここで次のフーリエ変換を施すと

$$\bar{g}_n = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} g_n(x, t) e^{i\omega t} dt , \quad (3.9)$$

(3.8) は

$$\frac{\partial^2 \bar{g}_n}{\partial x^2} - \left(\frac{\zeta_n^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{a^2} \right) \bar{g}_n = \frac{i\omega}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} a U} e^{i\omega x/U} \quad (3.10)$$

に変換される．境界条件，放射条件を課すと，この解は

$$\bar{g}_n = -\frac{M}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \alpha^2} \frac{i\omega}{(\omega^2 + \zeta_n^2 U^2 / \alpha^2 R^2)} (e^{i\omega x/U} - e^{-s_n x}) \quad (3.11)$$

となる．ただし、 $\alpha^2 = 1 - M^2$ 、 s_n を次式で定義する：

$$s_n = \left(\frac{\zeta_n^2}{R^2} - \frac{\omega^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \begin{cases} -i|s_n| & \text{if } \omega > \zeta_n a/R \\ |s_n| & \text{if } |\omega| \leq \zeta_n a/R \\ +i|s_n| & \text{if } \omega < -\zeta_n a/R \end{cases} . \quad (3.12)$$

(3.11) のフーリエ逆変換を行う。次の公式 (Oberhettinger, p.30 & p.142)

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s_n} e^{-s_n x - i\omega t} d\omega = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}} a (1 + \operatorname{sgn} t) J_0(\eta_n) h\left(|t| - \frac{x}{a}\right), \quad (3.13)$$

(ただし, $\eta_n = \zeta_n(a^2 t^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}/R$) および畳み込み積分定理を用いると, g_n は最終的に次のように求まる:

$$g_n = \frac{M}{2(1-M^2)} \left[-\operatorname{sgn}\left(t - \frac{x}{U}\right) \exp\left(-\zeta_n \frac{|x - Ut|}{\alpha R}\right) - a \frac{\partial \Psi_n}{\partial x} \right]. \quad (3.14)$$

ただし, Ψ_n は以下のように定義される:

$$\Psi_n = \int_{x/a}^{\infty} J_0(t'_n) \operatorname{sgn}(t - t') \exp\left(-\zeta_n \frac{U|t - t'|}{\alpha R}\right) dt'. \quad (3.15)$$

ここで $t'_n = \zeta_n(a^2 t'^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}/R$.

もし $t < x/a$ であるならば, Ψ_n は次のように簡単に求められる (Oberhettinger & Badii, p.129)

$$\Psi_n = -\frac{\alpha R}{\zeta_n a} \exp\left[-\zeta_n \frac{(x - Ut)}{\alpha R}\right]. \quad (3.16)$$

これを用いると, $t < x/a$ では

$$g_n = 0 \quad (3.17)$$

となり, 波頭前方 $x > at$ は静止状態であることが確認される。

4. 圧力分布の評価

式 (3.14) で求めた g_n を (3.7) に代入すると, 解 p_+ は形式的に級数で与えられる。 g_n の第 1 項の和は $x - Ut \neq 0$ を除いて収束する。それは次のように積分表示できる:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(\zeta_n)} \operatorname{sgn} \xi \exp\left(-\zeta_n \frac{|\xi|}{\alpha R}\right) J_0\left(\zeta_n \frac{r}{R}\right) &= \frac{\alpha^2 R^2}{2} \frac{\xi}{(\alpha^2 r^2 + \xi^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{z K_1(z)}{I_1(z)} I_0\left(\frac{r}{R} z\right) \sin\left(\frac{\xi}{\alpha R} z\right) dz. \end{aligned} \quad (4.1)$$

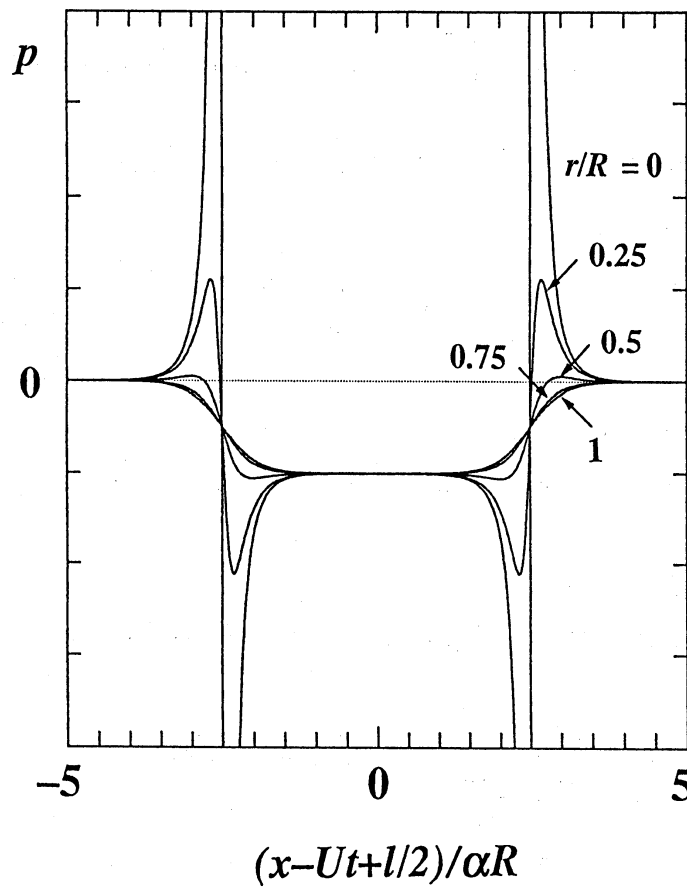


図2：列車周りに生じる定常圧力分布

ここで $\xi = x - Ut$ であり, I_m , K_m は m 次の変形ベッセル関数である. この級数はわきだしによって生じる定常圧力分布を与える. また, 吸い込みに対しても符号を反転させた同じ分布が成り立つ. そこで図2に, それらを列車長さずらせて重ね合わせた列車周りの圧力分布を, r/R をパラメータとして示す. これはちょうど, 図1の列車周りに生じる負圧領域に相当している. 軸対称の場合には, 圧力はわきだし, 吸い込みに近づくにつれ発散する. 一方壁面に近づくにつれ, 滑らかな負の矩形分布を与える. 図2の縦軸の単位目盛りは, $\gamma \chi M^2 / (1 - M^2)$ で, 中央部での負圧の大きさは平面波近似での大きさにほぼ等しい.

次に (3.14) の第2項の和について考える. これが収束するかどうかは, Ψ_n の $n \rightarrow \infty$ での漸近形を調べる必要がある. そこで (3.15) の J_0 を次の

ベッセルの積分表示を用いて置き換え,

$$J_0 \left[\zeta_n \frac{(a^2 t'^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{R} \right] = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp \left(\zeta_n \frac{x \cos \theta}{R} \right) \cos \left(\zeta_n \frac{at' \sin \theta}{R} \right) d\theta, \quad (4.2)$$

t' に関して積分を行うと, Ψ_n は以下のように変形される:

$$\begin{aligned} \Psi_n = & -\frac{\alpha R}{2\pi \zeta_n a} \left\{ \int_0^\pi \frac{1}{M + i\alpha \sin \theta} \exp \left[\zeta_n \frac{x}{R} \left(\frac{M}{\alpha} \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) + \cos \theta + i \sin \theta \right) \right] d\theta \right. \\ & \left. + \int_0^\pi \frac{2i\alpha \sin \theta}{M^2 + \alpha^2 \sin^2 \theta} \exp \left[\zeta_n \frac{x}{R} \left(\cos \theta + \frac{i}{\beta} \sin \theta \right) \right] d\theta + c.c. \right\}. \quad (4.3) \end{aligned}$$

ここで $\beta = x/at$ (< 1) である. 最初の積分は複素面上の単位円に沿う積分に帰着され, 留数定理によって

$$2\pi \exp \left[\zeta_n \frac{(x - Ut)}{\alpha R} \right] \quad (4.4)$$

と求まる. 第2番目の積分は, θ を複素面に拡張し, 最急降下法 (Method of steepest descents) によって評価する. 関数 $\beta \cos \theta + i \sin \theta$ を $w(\theta)$ とおくと, 鞍部点は

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{i}{2} \log \left| \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right| \equiv \theta_0 \quad (4.5)$$

にあり (ただし, $\log(-1)$ を $i\pi$ と定義する), その点を通る最急降下径路は図3に示す C である. そこで実軸に沿う 0 から π までの積分を, C に一致させるように変形するために, 虚軸および虚軸に平行な補助径路 C_1 および C_2 を導入する. ただし, 補助径路上での極 $\theta = i \cosh^{-1}(1/\alpha) = \theta_1$ および $\theta = \pi - i \cosh^{-1}(1/\alpha) = \theta_2$ は図のように微小半円に沿って迂回する. このように積分路を変形すると, Ψ_n は

$$\begin{aligned} \Psi_n = & -\frac{\alpha R}{2\pi \zeta_n a} \left\{ \int_C \frac{2i\alpha \sin \theta}{1 - \alpha^2 \cos^2 \theta} \exp \left[\zeta_n \frac{at}{R} (\beta \cos \theta + i \sin \theta) \right] d\theta + c.c. \right. \\ & \left. - 2\pi \exp \left[-\zeta_n \frac{(x + Ut)}{\alpha R} \right] \right\} \quad (4.6) \end{aligned}$$

とかける. ここで最急降下法の結果を用いると, Ψ_n は $\zeta_n \rightarrow \infty$ において次のように評価される:

ここで注意したいのは、この結果は単に $\zeta_n \rightarrow \infty$ の場合だけではなく、 $\zeta_n x/R \rightarrow \infty$ の場合にも適用できる。したがって、 ζ_n が大きくなくても x/R が大きければよい。これより、 x の遠方では（ただし、 $x/at \sim O(1)$ ） g_n ($n \neq 0$) は $x^{-1/2}$ でゼロに漸近することが示される。 $n=0$ の特別な場合には、 g_0 は

$$g_0 = \frac{M}{2(1-M^2)} \left[-\operatorname{sgn} \left(t - \frac{x}{U} \right) + \operatorname{sgn} \left(t - \frac{x}{a} \right) \right] \quad (4.9)$$

となり、平面波近似解に等しい。これより、近傍場の遠方では平面波はだけが生き残り、また音源の強さのトンネル断面にわたる平均化が正当化される。

5. 特異面の伝播

前節で求めた $n \rightarrow \infty$ での g_n の漸近形から、級数 (3.7) は通常の意味では収束しないことが分かる。その最も強い特異性は次の級数によって決定される：

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(\zeta_n)} \left(\frac{2}{\pi \zeta_n} \right)^{\frac{1}{2}} \cos \left[\zeta_n \frac{(a^2 t^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{R} - \frac{\pi}{4} \right] J_0 \left(\zeta_n \frac{r}{R} \right). \quad (5.1)$$

この級数をさらに J_0 および ζ_n の漸近形 $J_0(\zeta_n r/R) = (2R/\pi \zeta_n r)^{\frac{1}{2}} \cos(\zeta_n r/R - \pi/4) + O(\zeta_n^{-\frac{3}{2}})$, $\zeta_n = \pi(n + 1/4) + O(n^{-1})$ を用いて書き直し、 $n \rightarrow \infty$ での最低次項をのみ残すと

$$\left(\frac{R}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \left[\pi \left(n + \frac{1}{4} \right) \frac{y}{R} - \frac{\pi}{4} \right] \cos \left[\pi \left(n + \frac{1}{4} \right) \frac{r}{R} - \frac{\pi}{4} \right] + \text{residual terms} \quad (5.2)$$

となる。ここで $y = (a^2 t^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}$ であり、‘residual terms’ は $n \rightarrow \infty$ で $O(n^{-1})$ の項を表す。三角関数の積を和で表すと

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \left(\frac{R}{r} \right)^{\frac{1}{2}} & \left[\sin \left(\frac{\pi Z_+}{2} \right) \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(Z_+ - \nu) + \cos \left(\frac{\pi Z_-}{2} \right) \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(Z_- - \nu) \right. \\ & + \cos \left(\frac{\pi Z_+}{2} \right) \cot(\pi Z_+) - \sin \left(\frac{\pi Z_-}{2} \right) \cot(\pi Z_-) \\ & \left. - \sin \left(\frac{\pi Z_+}{2} \right) - \cos \left(\frac{\pi Z_-}{2} \right) \right]. \quad (5.3) \end{aligned}$$

ここで $Z_{\pm} = (r \pm y)/2R$ (複号同順) であり, 次の公式を用いた (Lighthill, p.68 & Jones, pp.153-155):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi z}{R} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{z}{2R} - \nu\right) - \frac{1}{2}, \quad (5.4)$$

および

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi z}{R} = \frac{1}{2} \cot \frac{\pi z}{2R} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left(\frac{z}{2R} - \nu\right)^{-1}. \quad (5.5)$$

これから p_+ には二つのタイプの特異性が現れることが分かる. 一つはデルタ関数型であり, もう一つは \cot 関数で表される $1/z$ 型である. $\delta(Z_+ - \nu)$ と $\cot(\pi Z_+)$ の特異点は, 同じ点 $Z_+ = j$ (j は整数) に位置し, 空間的には特異面 $x = \pm[a^2 t^2 - (2jR - r)^2]^{\frac{1}{2}} \equiv \pm X_j$ を形成する. ただし, $X_j > 0$, $1 \leq j \leq j_{\max}$ で, j_{\max} は $at/2R + 1/2$ より小さい最大の整数である. しかし二つの特異性は, それらの係数をみれば分かるように同時には出現しない. 一方, $\delta(Z_- - \nu)$ と $\cot(\pi Z_-)$ の特異面は, $x = \pm X_j$ である. ただし, $j_{\min} \leq j \leq 0$, j_{\min} は $-at/2R$ より大きい最小の整数を表す. 特異面 $Z_+ = j$, $Z_- = j$ はそれぞれ $j > 0$, $j \leq 0$ に対応する. 図4は特異面と rx 平面との交線を, $at = 0.5R$ から $5.5R$ まで R 刻みで示したものである. 曲線は, 時刻を固定すると, 点 $r = 2jR$, $x = 0$ に中心をもつ半径 at の円弧である. 実線はデルタ関数型特異性を, 破線は \cot 関数型特異性を示し, 数字は特異面の指数 j を, 符号は特異性の正, 負を表している. 最初列車がトンネルに突入すると, まず球面波が発生する (a). この球面波がトンネルの円筒壁面で反射すると正のデルタ関数型の特異性のまま残る (b). これが今度は中心軸上で反射すると, \cot 型特異性をもつ波が発生する (c). このようにして, 反射を繰り返すうちに, 特異面は 'ダイヤモンドパターン' を形成する. なお, 軸上 $r = 0$ での圧力は, (5.3) では評価できない. 詳しい解析を行うとより強い $z^{-\frac{3}{2}}$ の特異性が出現することが分かる. 図4は列車先頭のわきだしの突入によるものであり, 後尾が突入することによっても符号は異なるが同じパターンが出現するので, 列車全体が突入した後のパターンは両者の重ね合わせになる.

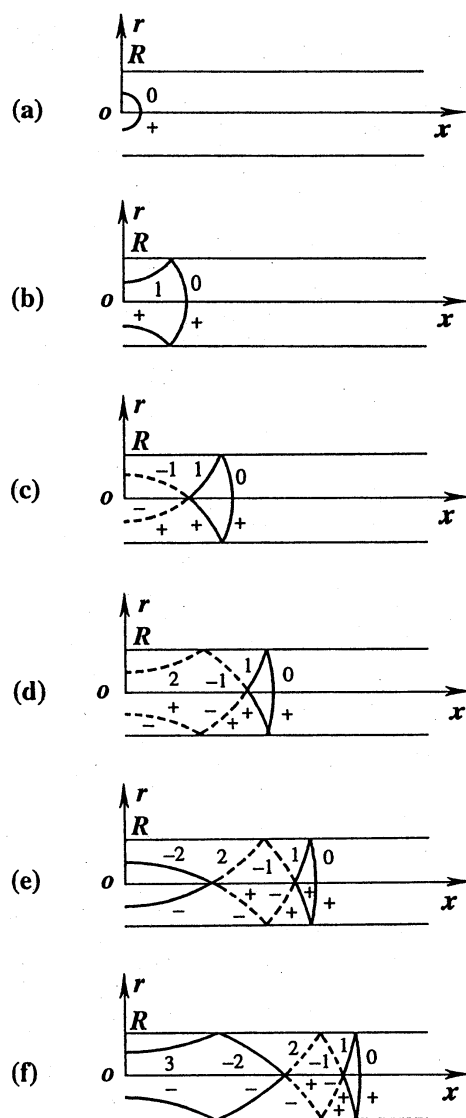


図4：列車先頭がトンネルに突入することによって発生する球面波が、トンネルの円筒壁面で繰り返し反射されて出現する特異面のダイヤモンドパターン

6. 結果と結論

列車が十分長いトンネルに突入することにより引き起こされる近傍場を、円形断面のトンネル軸上を一定の速度で運動する一対のわきだし、吸い込みによってモデル化し線形音響理論にもとづき解析した。その結果、以下の事柄が結論できる。

1. 近傍場の遠方（遠方場と近傍場の中間的領域に至るまで）では、トンネル断面にわたって平面波近似が成立することが定量的に確認できた。こ

れにより、音源強さのトンネル断面にわたる平均化が正当化でき、既に求めた1次元解析の結果が適用できることが分かった。

2. 遠方では、列車長を列車のマッハ数で割った軸方向の広がりをもつ矩形波が出現し、その音圧は大気圧に比べて $\Delta p/p_0 = \gamma \chi M^2/(1-M^2)$ で与えられる。具体的には、 $M = 0.44$ (540 km/h), $\chi = 0.1$ では $\Delta p/p_0 = 0.034$ (165 dB SPL) と見積られる。この状況は非線形音響理論の範囲に該当している。

3. 列車近傍に発生する軸対称音場の定常圧力分布を求めた。列車先頭、後尾部では平面波とは大きく異なっているものの、列車中央部では依然平面波近似による負圧の見積りがよい近似を与えることが分かった。

4. トンネルに突入した際の過渡現象を明確にした。列車が突入した瞬間に生じる球面波がトンネルの円筒壁面で反射され、空間的に2つのタイプの特異面が発生し、‘ダイヤモンドパターン’を形成するようになる。それは時間の経過を共に球面波の波頭に向かって密に分布するようになるが、その強さは次第に減衰し、全体としては2で述べた平面波に近づくことが分かった。

5. 近傍場の解析結果、特に圧力波の大きさは、衝撃波が形成される遠方場の解析に対して境界（接合）条件の役目を果たす。これにより遠方場の非線形問題の設定が可能になる。

参考文献

- Jones, D. S. 1982 *The Theory of Generalised Functions*. Cambridge University Press.
- Lighthill, M. J. 1970 *Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions*. Cambridge University Press.
- Oberhettinger, F. 1957 *Tabellen zur Fourier Transformation*. Springer-Verlag.
- Oberhettinger, F. & Badii, L. 1973 *Tables of Laplace Transforms*. Springer-Verlag.
- 杉本信正 1994 ‘列車の走行によって引き起こされるトンネル内の音場’, 数理解析研究所講究録「流体における波動現象の数理とその応用」 No.866, 36-46.
- Sugimoto, N. 1994 *Sound field in a tunnel generated by traveling of a high-speed train*, Theoretical and Computational Acoustics Vol.1 Structural Acoustics, Scattering and Propagation (eds. J. E. Ffowcs Williams, D. Lee and A. D. Pierce), 45-56, World Scientific.